



**Exercice N°1(6 points)**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

1)  $x - 6 = 0$

2)  $\sqrt{x-1} = 1$

3)  $|2x - 1| = 4$

4)  $x^2 = x$

5)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2}$

6)  $|x^4 + x + 1| = -1$

**Exercice N°2 (6points)**

Soit les réels  $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$  et  $b = 6 + 4\sqrt{5}$

1) Montrer que  $a = 3\sqrt{5} - 1$

2)a) Calculer  $ab$

b) Montrer que  $(b - a)^2 = ab$

c) En déduire que  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b - a}$

**Exercice N°3 (8 points)**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

On considère les points  $A(2; 0)$  et  $B\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

1) a) Placer le point A dans le repère

b) Montrer que OAB est un triangle rectangle en B

2) Soit  $\Gamma$  le cercle de centre A et de rayon 1

a) Montrer que B appartient au cercle  $\Gamma$ . Construire le point B

b) Soit M un point variable sur le cercle  $\Gamma$

Déterminer les coordonnées du point M pour que le triangle OBM soit rectangle en B



**Exercice N°1**

1)  $x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \quad S_{\mathbb{R}} = \{6\}$  1,5 pt

2)  $\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 1 \\ \text{et} \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \quad S_{\mathbb{R}} = \{2\}$  1pt

3)  $|2x-1| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 = 4 \\ \text{ou} \\ 2x-1 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}} = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right\}$  1 pt

4)  $x^2 = x \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{ou} \\ x = 1 \end{cases} \quad S_{\mathbb{R}} = \{0; 1\}$  1 pt

5)  $\frac{1}{x} = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ \text{et} \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 \quad S_{\mathbb{R}} = \{1\}$  1 pt

6)  $|x^4 + x + 1| = -1$  impossible  $\Leftrightarrow S_{\mathbb{R}} = \{ \}$  0,5 pt

**Exercice N°2**

1)  $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1 = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 1 = 3\sqrt{5} - 1$  2 pts

2) a)  $ab = (3\sqrt{5} - 1)(6 + 4\sqrt{5}) = 18\sqrt{5} + 60 - 6 + 4\sqrt{5} = 54 + 14\sqrt{5}$  1,5 pt

b)  $(b-a)^2 = (6 + 4\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 1)^2 = (7 + \sqrt{5})^2 = 49 + 14\sqrt{5} + 5 = 54 + 14\sqrt{5} = ab$  1,5 pt

c) En déduire que  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = \frac{b-a}{(b-a)^2} = \frac{1}{b-a}$  1 pt

**Exercice N°3**

1) a) Voir repère

b)  $\overrightarrow{BO} \left( \begin{matrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{2} \end{matrix} \right)$  et  $\overrightarrow{BA} \left( \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \frac{2}{2} \end{matrix} \right)$  2 × 1 pts

$-\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{BO} \perp \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow OAB$  est un triangle rectangle en B 1 pt

2)

a)  $AB = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1 \Leftrightarrow B \text{ appartient au cercle } \Gamma \quad \boxed{1,5 \text{ pt}}$

b)

$\begin{cases} \text{OBM soit un triangle rectangle en B} \\ \text{OAB est un triangle rectangle en B} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (BO) \perp (BM) \\ (BO) \perp (BA) \end{cases} \Rightarrow (BM) // (BA) \Rightarrow \underline{\text{B, M et A sont alignés}} \quad \boxed{0,25}$

$\left. \begin{array}{l} \text{B, M et A sont alignés} \\ \text{A le centre de } \Gamma \\ \text{B et M sont deux points de } \Gamma \end{array} \right\} [BM] \text{ diamtre de } \Gamma \Leftrightarrow \underline{A = \frac{B + M}{2}} \quad \boxed{0,25}$

On pose  $M(x, y)$   $\underbrace{\frac{2}{x_A} = \frac{x + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}}_{\boxed{0,25}}$   $\underbrace{\frac{2}{y_A} = \frac{y - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \Leftrightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2}}_{\boxed{0,25}}$  donc  $\underbrace{M\left(\frac{5}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}_{\boxed{0,25}}$

